

Nguyễn Đăng Minh - Phạm Minh Trí

ÔN THI LIÊN THÔNG: TOÁN

LƯU HÀNH NỘI BỘ - 2015

Mục lục

Mục lục	3
1 Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn	5
1.1 Lý thuyết	5
1.2 Bài tập	6
2 Đạo hàm của hàm số	8
2.1 Lý thuyết	8
2.2 Bài tập	8
3 Giá trị lớn nhất - Giá trị nhỏ nhất	12
3.1 Lý thuyết	12
3.2 Bài tập	12
4 Khảo sát hàm số	14
4.1 Lý thuyết	14
4.2 Bài tập	14
5 Phương trình mũ	16
5.1 Lý thuyết	16
5.1.1 Công thức cơ bản	16
5.1.2 Phương trình mũ	16
5.2 Bài tập	16
6 Tích phân	18
6.1 Lý thuyết	18
6.1.1 Nguyên hàm	18

6.1.2	Tích phân	19
6.2	Bài tập	20
7	Hình học giải tích không gian	26
7.1	Phương trình mặt phẳng	26
7.1.1	Lý thuyết	26
7.1.2	Bài tập	26
7.2	Phương trình đường thẳng	27
7.2.1	Lý thuyết	27
7.2.2	Bài tập	27
7.3	Tương giao giữa đường thẳng và mặt phẳng	28
7.3.1	Lý thuyết	28
7.3.2	Bài tập	29

Chương 1

Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

1.1 Lý thuyết

Định lý Cramer

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Đặt

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1$$

Ta có $\begin{cases} x.D = D_x \\ y.D = D_y \end{cases}$

- Trường hợp: $D \neq 0$ hệ có nghiệm duy nhất là $\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} \\ y = \frac{D_y}{D} \end{cases}$
- Trường hợp: $\begin{cases} D = 0 \\ D_x \neq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} D = 0 \\ D_y \neq 0 \end{cases}$: hệ vô nghiệm
- Trường hợp: $D = D_x = D_y = 0$ xét lại

1.2 Bài tập

Bài 1.1. Dùng định lý Cramer giải các hệ sau:

$$1. \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x - 5y + 4 = 0 \\ y - 4x = -3 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} -x - y = -3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ 2y - 4x = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 4x - 4y = 3 \\ -x + y = 7 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -x - y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$

Bài 1.2. Giải hệ phương trình

$$1. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{8}{y} = 18 \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 51 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 3x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y-1} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y-1}{2} = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{10}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 1 \\ \frac{25}{x-1} + \frac{3}{y+2} = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{27}{2x-y} + \frac{32}{x+3y} = 7 \\ \frac{45}{2x-y} - \frac{48}{x+3y} = -1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \frac{2}{5x+5} + 3y^2 = 1 \\ \frac{3}{x+1} + y^2 = -3 \end{cases}$$

Bài 1.3. Biện luận các hệ sau:

$$1. \begin{cases} x + my = 1 \\ x + y = m \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} (m-1)x - y = m+2 \\ (m+1)x + 2y = m-5 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + my = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x + my = 1 \\ mx + y = m^2 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} mx + my = m-1 \\ (m-1)x + 2my = m-1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} mx - y + 1 = 0 \\ x + my + 2 = 0 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -x + my = -3 \\ mx - 4y = m+4 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2m^2x + 3(m+1)y = 3 \\ (m-1)x - my = 2 \end{cases}$$

Bài 1.4. Định m để hệ có nghiệm duy nhất:

$$1. \begin{cases} mx + y = m \\ x + my = m^2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} mx + y = 1 \\ (m+1)x + 2y = m^2 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 6mx + (2-m)y = 3 \\ (m-1)x - my = 2 \end{cases}$$

Bài 1.5. Định m để hệ có vô số nghiệm:

$$1. \begin{cases} x - my = 0 \\ mx - y = m+1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + my = 3m \\ mx + y = 2m+1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} mx + 4y = 2m+3 \\ (m+1)x = 6y \end{cases}$$

Bài 1.6. Định m để hệ vô nghiệm:

$$1. \begin{cases} 4x + 2y = 5 \\ 2x + y = m-1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = -1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + my = 1 \\ mx - 3my = 2m+3 \end{cases}$$

Bài 1.7. Định m để hệ có nghiệm:

$$1. \begin{cases} mx + 2y = m \\ (m-1)x + (m-1)y = 1 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = -1 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} (m+1)x + 2my - 2 = 0 \\ 2mx + (m+1)y = 2m \end{cases}$$

Chương 2

Đạo hàm của hàm số

2.1 Lý thuyết

1. Đạo hàm một số hàm số:

$$(a) (c)' = 0$$

$$(b) (x^\alpha)' = \alpha x^{(\alpha-1)}$$

$$(c) \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(d) (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(e) (\sin x)' = \cos x$$

$$(f) (\cos x)' = -\sin x$$

$$(g) (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

$$(h) (\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$$

$$(i) (e^x)' = e^x$$

$$(j) (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

2. Các quy tắc tính đạo hàm:

$$(a) (u + v)' = u' + v'$$

$$(b) (ku)' = ku'$$

$$(c) (uv)' = u'v + uv'$$

$$(d) \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

3. Đạo hàm hàm hợp: $(f(u(x)))' = f'u'$.

2.2 Bài tập

Bài 2.1. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = x^2 - 2x + 1$

4. $y = x^{-5} + 2x^2 - 6$

7. $y = x^3 - 4x^2 - \frac{5}{x^3}$

2. $y = -x^3 + 3x + 2$

5. $y = \frac{x^4}{2} - \frac{5}{x} + 3$

8. $y = -\frac{x^6}{6} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x}$

3. $y = x^4 - 5x^2 + 4$

6. $y = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

9. $y = \sqrt{x} - \frac{4}{x} + \frac{6}{x^2} + 3x$

Bài 2.2. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = x(x^2 + 1)$

4. $y = (x + 1)(x - 2x^4)$

2. $y = 5x^3(3x - 2)$

5. $y = x(1 - 2x)^2$

3. $y = (x^2 + x)(x^3 - 2)$

6. $y = (x^2 - 3x + 5)(x^3 + 2x)$

Bài 2.3. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \frac{3}{2x - 1}$

4. $y = \frac{2x - 1}{x^2 + 1}$

7. $y = \frac{1 - 4x + x^2}{x^3}$

2. $y = \frac{2x + 3}{x - 4}$

5. $y = \frac{1 - x^3}{1 + x^3}$

8. $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 4}$

3. $y = \frac{x + 7}{-2x + 1}$

6. $y = \frac{x^2 - 2x + 8}{2x + 3}$

9. $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{6 - 2x - x^2}$

Bài 2.4. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \frac{3x + 2}{\sqrt{x}}$

3. $y = \frac{2x + 3}{x + \sqrt{x}}$

2. $y = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$

4. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x\sqrt{x}}$

Bài 2.5. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = (3x - 1)^2$

4. $y = (2x - 3)^{-5}$

7. $y = \sqrt{x^2 + 5x}$

2. $y = (x^3 + 3x)^3$

5. $y = (4x - \sqrt{x})^2$

8. $y = \sqrt{2 - x^2}$

3. $y = (2 - 5x)^6$

6. $y = \sqrt{4 - 3x}$

9. $y = \sqrt{4 + \sqrt{x}}$

Bài 2.6. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = x\sqrt{2x + 1}$

3. $y = (x\sqrt{x} + 1)(x^2 + 2)$

2. $y = (x - 3)\sqrt{x^2 + 1}$

4. $y = (x^2 + 1)^2(3 - 2x)$

5. $y = (x^4 - 1)(2 - x^3)^4$

6. $y = (x^2 + 1)(x^3 + 2)(x^4 + 3)$

Bài 2.7. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \sqrt{2x - 3}$

4. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

7. $y = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{3 - 4x}$

2. $y = \sqrt{\frac{3}{2 - x}}$

5. $y = \frac{\sqrt{1 + x^2}}{1 - x}$

8. $y = \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 5x + 9}}$

3. $y = \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

6. $y = \sqrt{\frac{x^3}{x + 1}}$

9. $y = \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 1}}$

Bài 2.8. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \left(\frac{3 - x}{x + 5}\right)^4$

3. $y = x^2 \sqrt{1 + \sqrt{x}}$

2. $y = \left(\frac{2}{x} - \sqrt{x}\right)^2$

4. $y = \sqrt{1 + \sqrt{1 + x^2}}$

Bài 2.9. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \sin(2x + 1)$

6. $y = \tan\left(\frac{\pi}{2}x + 5\right)$

11. $y = \sin^2 x$

2. $y = \cos(3 - 5x)$

7. $y = \tan(x^2 + 1)$

12. $y = \cos^3 4x$

3. $y = \sin \sqrt{x}$

8. $y = \cos(\sin x)$

13. $y = \tan^3 x$

4. $y = \cos(\sqrt{x} + 1)$

9. $y = \frac{1}{\sin x}$

14. $y = \cot^2 2x$

5. $y = \sin \frac{3}{x}$

10. $y = \frac{1}{\cos 2x}$

15. $y = \sin^4 \frac{x}{2}$

Bài 2.10. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \sin(2 \sin x)$

6. $y = (\sin x + 2\sqrt{x})^5$

11. $y = \sin^6 x + \cos^6 x$

2. $y = \sin(\cos 3x)$

7. $y = \sin^2(\cos x)$

12. $y = 2 \sin^2 x - \cos 5x$

3. $y = x \sin x \cos x$

8. $y = \sin^2(3x^5 - 4x)$

13. $y = \tan^3 x - 4 \tan^2 x$

4. $y = (2x - \cos x)^4$

9. $y = \cos^2 x \sin^2 x$

14. $y = (1 + \sin 2x) \cos^2 x$

5. $y = (\sin x - \cos x)^4$

10. $y = \sin^2 x + \cos x^2$

15. $y = \sqrt{1 + 2 \tan x}$

Bài 2.11. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \cot \sqrt{x^2 - x + 1}$

3. $y = \sin^2 \sqrt{\cos 3x}$

2. $y = 3 \sin^2 x + \sqrt{\tan x}$

4. $y = \tan^2 \sqrt{x^2 + 1}$

Bài 2.12. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \frac{x^2 \sin x}{\cos x}$

4. $y = \frac{x \sin x}{x + \tan x}$

2. $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$

5. $y = (2 - x^2) \cos x + 2x \sin x$

3. $y = \frac{\cos x + \sin x}{1 - \cos x}$

6. $y = \sqrt{3x + 1} - \frac{\cos x}{x^2 + 2}$

Bài 2.13. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \sqrt{1 + \tan \left(x + \frac{1}{x} \right)}$

4. $y = \frac{\sin^2 x + 1}{2 \sin x + 3}$

2. $y = \sqrt{\frac{\cos x + 4}{3 \cos x + 2}}$

5. $y = \frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1}$

3. $y = \frac{\tan x}{2 \tan x + 1}$

6. $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cot x} + \frac{\cos^2 x}{1 + \tan x}$

Bài 2.14. Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = e^x \cos x$

10. $y = (3x - 2) \ln^2 x$

20. $y = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$

2. $y = x \ln x + 1$

11. $y = -2 \ln^2(1 - x)$

21. $y = (\cos x + \sin x) e^{-2x}$

3. $y = (x^2 - 2x + 2) e^x$

12. $y = x^2 \sqrt{e^{4x} + 1}$

22. $y = x \ln \frac{1}{1 + x}$

4. $y = (x^2 - 4x + 3) \ln x$

13. $y = \ln x^2 \sqrt{x^2 + 1}$

23. $y = \frac{1}{e^x} + \sqrt{e^x} - \frac{4}{\sqrt[3]{e^x}}$

5. $y = e^x (\cos x - \sin x)$

14. $y = \sqrt{\ln \cot x}$

24. $y = \ln^2(3x)$

6. $y = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$

15. $y = \sqrt{2 \ln x + \ln^2 x}$

25. $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$

7. $y = e^x + e^{-x}$

16. $y = \sqrt[3]{\ln^2 2x}$

26. $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

8. $y = \ln(\sin x)$

17. $y = x^2 \ln \sqrt{x^2 + 1}$

18. $y = \ln(\tan x + \cot x)$

9. $y = 2x + 1 - \ln(1 - 2x)$

19. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

27. $y = \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}$

Chương 3

Giá trị lớn nhất - Giá trị nhỏ nhất

3.1 Lý thuyết

Phương pháp tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x), x \in [a, b]$

1. Tính đạo hàm của hàm số y .
2. Giải phương trình $y' = 0$ tìm các $x_0 \in [a, b]$.
3. Tính $y(x_0), y(a), y(b)$ rồi so sánh tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

3.2 Bài tập

Bài 3.1. Tìm giá trị lớn nhất của các hàm số sau:

1. $y = 4x - x^2$

2. $y = 2x^2 - x^4$

3. $y = 4x^3 - 3x^4$

Bài 3.2. Tìm giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

1. $y = 3x^2 + 6x - 2$

3. $y = \frac{x^2 + 4}{x}, x > 0$

2. $y = 2x^4 + 3x^2 - 3$

4. $y = x^2 + \frac{2}{x}, x > 0$

Bài 3.3. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

1. $y = x^3 - 3x^2 + 2, [-1, 1]$
2. $y = 3x^3 - x^2 - 7x + 1, [0, 2]$
3. $y = x^4 - 8x^2 + 16, [-1, 3]$
4. $y = -2x^4 + 4x^2 + 3, [0, 2]$
5. $y = \frac{2x - 1}{x - 3}, [0, 2]$
6. $\frac{x^2 - 3x}{x + 1}, [2, 4]$
7. $y = \frac{-x^2 + 2x + 7}{x^2 + x + 1}$
8. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$
9. $y = \sqrt{1 - x^2}$
10. $y = \sqrt{3 + 2x - x^2}$
11. $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}, [-1, 3]$
12. $y = |x^2 - 2x|, [0, 2]$
13. $y = 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}$
14. $y = \sqrt{2 + x} + \sqrt{4 - x}$
15. $y = x + \sqrt{2 - x^2}$
16. $y = -2x + \sqrt{4 - x^2}$
17. $y = (x + 1)\sqrt{1 - x^2}$
18. $y = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}, [-1, 2]$

Bài 3.4. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

1. $y = x^3 - 3x^2 + 2, [-1, 1]$
2. $y = 3x^3 - x^2 - 7x + 1, [0, 2]$
3. $y = x^4 - 8x^2 + 16, [-1, 3]$
4. $y = -2x^4 + 4x^2 + 3, [0, 2]$

Bài 3.5. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

1. $y = \frac{2x - 1}{x - 3}, [0, 2]$
2. $\frac{x^2 - 3x}{x + 1}, [2, 4]$

Bài 3.6. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

1. $y = \frac{-x^2 + 2x + 7}{x^2 + x + 1}$
2. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$

Bài 3.7. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

1. $y = \sqrt{1 - x^2}$
2. $y = \sqrt{3 + 2x - x^2}$
3. $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}, [-1, 3]$
4. $y = |x^2 - 2x|, [0, 2]$

Bài 3.8. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

1. $y = 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}$
2. $y = \sqrt{2 + x} + \sqrt{4 - x}$
3. $y = x + \sqrt{2 - x^2}$
4. $y = -2x + \sqrt{4 - x^2}$
5. $y = (x + 1)\sqrt{1 - x^2}$
6. $y = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}, [-1, 2]$

Chương 4

Khảo sát hàm số

4.1 Lý thuyết

1. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
2. Giới hạn tại vô cùng.
3. Bảng biến thiên:
 - (a) Tính y'
 - (b) Giải $y' = 0$
 - (c) Lập bảng biến thiên
 - (d) Nhận xét tăng, giảm và cực trị
4. Vẽ đồ thị
 - (a) Tìm 5 điểm đặc biệt
 - (b) Vẽ cực trị
 - (c) Vẽ các điểm đặc biệt
 - (d) Vẽ đồ thị

4.2 Bài tập

Bài 4.1. Khảo sát và vẽ đồ thị các hàm số sau:

1. $y = x^3 - 3x^2 + 3$

4. $y = -x^3 + x^2 - x - 1$

2. $y = 2 + 3x - x^3$

5. $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + \frac{2}{3}$

3. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

6. $y = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - \frac{9}{8}x - \frac{5}{8}$

Bài 4.2. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 5$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Định m để phương trình $x^3 - 6x^2 + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Bài 4.3. 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$. Tìm m để đồ thị cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

2. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 3m + 1$. Tìm m để đồ thị cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.
3. Tìm m để các đồ thị hàm số sau cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt

(a) $y = x^3 - 3x^2 - m^2 + 5m$

(b) $y = \frac{1}{3}x^3 - x + m$

(c) $y = x^3 + 3x^2 - 9x + m$

Bài 4.4. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau

1. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

3. $y = x^4 - 2x^2 - 3$

5. $y = \frac{x^4}{4} - x^2 - \frac{3}{2}$

2. $y = -x^4 + 2x^2$

4. $y = x^4 + 2x^2 - 1$

6. $y = (x^2 - 1)^2$

Bài 4.5. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $x^4 - 2x^2 + 3m - 2 = 0$.

Chương 5

Phương trình mũ

5.1 Lý thuyết

5.1.1 Công thức cơ bản

1. Hai lũy thừa cùng cơ số:

$$(a) \quad a^m a^n = a^{m+n}$$

$$(c) \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$(b) \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(d) \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

2. Hai lũy thừa cùng số mũ:

$$(a) \quad a^0 = 1$$

$$(c) \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(b) \quad a^n b^n = (ab)^n$$

$$(d) \quad \sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}}$$

5.1.2 Phương trình mũ

1. Định nghĩa: Phương trình: $a^x = m, (a > 0, a \neq 1, m > 0) \iff x = \log_a m$.

2. Phương pháp giải: đưa về phương trình tích hoặc đặt ẩn phụ.

5.2 Bài tập

Bài 5.1. Thực hiện phép tính:

1. $(0.5^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}}$

3. $27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0.75} - 25^{0.5}$

2. $2^{2-3\sqrt{5}}8^{\sqrt{5}}$

4. $(0.001)^{\frac{1}{3}} - (-2)^{-2}64^{\frac{2}{3}} - 8^{-1}\frac{1}{3} + (9^0)^2$

Bài 5.2. Giải các phương trình sau:

1. $25^x - 6.5^{x+1} + 125 = 0$

3. $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$

2. $1 - 3.2^{1-x} + 2^{3-2x} = 0$

4. $3^{2x+8} - 4.3^{x+5} + 27 = 0$

Bài 5.3. Giải các phương trình sau:

1. $9^{x^2+x-1} - 10.3^{x^2+x-2} + 1 = 0$

2. $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$

Bài 5.4. Giải các phương trình sau:

1. $4^x = 2.14^x + 3.49^x$

3. $2^{2x+2} - 6^x - 2.3^{2x+2} = 0$

2. $3^{2x+3} + 2.9^x = 5.6^x$

4. $3^{2x+4} + 45.6^x - 9.2^{2x+2} = 0$

Bài 5.5. Giải các phương trình sau:

1. $4^{1+\sqrt{3x^2-2x}} - 9.2^{\sqrt{3x^2-2x}} + 2 = 0$

2. $3.2^{\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}} - 8.2^{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} + 4 = 0$

Bài 5.6. Giải các phương trình sau:

1. $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x = 10$

3. $(4+\sqrt{7})^x + (4-\sqrt{7})^x = 8.3^{x-1}$

2. $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$

4. $(\sqrt{7+4\sqrt{3}})^{\sin x} + (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^{\sin x} = 4$

Bài 5.7. Giải các phương trình sau:

1. $2^{x+1} + 3^x = 6^x + 2$

3. $3^{4x-3} + 3^{x-2} = 9 + 3^{5x-7}$

2. $2^{x+1} + 3.2^{2x} = 6 + 2^{3x}$

4. $5^{2x} = 3^{2x} + 2.5^x + 2.3^x$

Bài 5.8. Giải các phương trình sau:

1. $4^{2x^2} - 2.4^{x^2+x} + 4^{2x} = 0$

3. $2^{x^2+x} - 4.2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$

2. $3.8^x + 4.12^x - 18^x - 2.27^x = 0$

4. $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$

Chương 6

Tích phân

6.1 Lý thuyết

6.1.1 Nguyên hàm

1. *Định nghĩa:* Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nếu

$$F'(x) = f(x).$$

Kí hiệu: $\int f(x)dx = F(x) + C$

2. *Tính chất:*

(a) $\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx$

(b) $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

3. *Một số nguyên hàm cơ bản:*

(a) $\int dx = x + c$

(b) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$

(c) $\int \cos x dx = \sin x + c$

(d) $\int \sin x dx = -\cos x + c$

(e) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$

(f) $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$

(g) $\int e^x dx = e^x + c$

(h) $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$

(i) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$

4. Một số phương pháp tính nguyên hàm:

(a) Phương pháp đổi biến số:

$$I = \int f(u(x))u'(x)dx$$

Đặt: $t = u(x)$

(b) Phương pháp nguyên hàm từng phần: $\int u dv = uv - \int v du$

(c) Một số nguyên hàm hàm hợp:

i. $\int (ax + b)^n dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

ii. $\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax + b) + c$

iii. $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax + b) + c$

iv. $\int \frac{1}{\cos^2(ax + b)} dx = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax + b) + c$

v. $\int \frac{1}{\sin^2(ax + b)} dx = -\frac{1}{a} \cdot \cot(ax + b) + c$

vi. $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + c$

vii. $\int \frac{1}{ax + b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln |ax + b| + c$

6.1.2 Tích phân

1. Công thức Newton-Leibnitz:

$$I = \int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

2. Tính chất

(a) Công thức nối cận: $\int_a^b + \int_b^c = \int_a^c$

(b) Công thức đảo cận: $\int_a^b = -\int_b^a$

(c) $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$

(d) $\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$

6.2 Bài tập

Bài 6.1. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{lll}
 1. \int x^3 dx & 4. \int \frac{1}{x^5} dx & 7. \int \sqrt{x} dx \\
 2. \int x^{10} dx & 5. \int \frac{4}{x^6} dx & 8. \int \sqrt[5]{x} dx \\
 3. \int 3x^5 dx & 6. \int \frac{x^{\frac{1}{3}}}{2} dx & 9. \int \sqrt[6]{x^2} dx
 \end{array}$$

Bài 6.2. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{lll}
 1. \int (x+3) dx & 5. \int (-2x^2 + 3x - 5) dx & 9. \int (x^2 - 2x)^3 dx \\
 2. \int (x^2 - 2x) dx & 6. \int (x+1)(1-2x) dx & 10. \int \left(\frac{1}{x^3} - 2x^2 \right) dx \\
 3. \int (3x - 4x^2) dx & 7. \int (3x-2)(x^2-5) dx & 11. \int \frac{x^3+1}{x^2} dx \\
 4. \int (x^3 - 9x + 4) dx & 8. \int (x^2+1)^2 dx & 12. \int (x+1) \left(\frac{1}{2x^2} - \frac{4}{x^2} \right) dx
 \end{array}$$

Bài 6.3. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{lll}
 1. \int (2x+5)^4 dx & 4. \int \frac{dx}{(2x-1)^2} & 7. \int \frac{dx}{\sqrt{4x-3}} \\
 2. \int (1-6x)^5 dx & 5. \int \sqrt{x+1} dx & 8. \int \frac{3x}{\sqrt{3x+5}} dx \\
 3. \int \frac{dx}{(3x+2)^2} & 6. \int \sqrt[3]{2x+1} dx &
 \end{array}$$

Bài 6.4. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{lll}
 1. \int e^{3x} dx & 4. \int e^{-\frac{x}{2}} dx & 7. \int 5^x dx \\
 2. \int e^{2x+1} dx & 5. \int \frac{dx}{e^{x+9}} & 8. \int 3^{5-2x} dx \\
 3. \int e^{2-x} dx & 6. \int \sqrt[3]{e^{x-3}} dx & 9. \int 10^{2-\frac{x}{3}} dx
 \end{array}$$

Bài 6.5. Tính các nguyên hàm sau:

- | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|---|
| 1. $\int \sin(2x + 1)dx$ | 9. $\int \frac{6dx}{\cos^2(7 - 6x)}$ | 17. $\int \cos^2 x dx$ |
| 2. $\int \sin 3x dx$ | 10. $\int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx$ | 18. $\int \cos^2(2x - 3)dx$ |
| 3. $\int \cos(3 - 4x)dx$ | 11. $\int \tan^2 x dx$ | 19. $\int \sin x \cos 3x dx$ |
| 4. $\int \cos \frac{x}{2} dx$ | 12. $\int \cot^2 3x dx$ | 20. $\int \cos x \cos 2x dx$ |
| 5. $\int \sin(ex + 1)dx$ | 13. $\int (1 - 2 \sin^2 2x)dx$ | 21. $\int \sin x \sin 2x dx$ |
| 6. $\int \cos \frac{x + 2}{\pi} dx$ | 14. $\int \sin x \cos x dx$ | 22. $\int \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} dx$ |
| 7. $\int \frac{dx}{\cos^2(5x + 2)}$ | 15. $\int (2 \sin x - 4 \sin^2 x) dx$ | 23. $\int \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$ |
| 8. $\int \frac{dx}{\sin^2(3 + 4x)}$ | 16. $\int \sin^2 x dx$ | 24. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ |

Bài 6.6. Tính các nguyên hàm sau:

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|--|
| 1. $\int \frac{(x + 1)^2}{x} dx$ | 2. $\int \frac{(x - 2)^3}{x^2} dx$ | 3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x + 1} + \sqrt{x}}$ |
|----------------------------------|------------------------------------|--|

Bài 6.7. Tính các nguyên hàm sau:

- | | | |
|---|-----------------------------------|--|
| 1. $\int \frac{dx}{x + 3}$ | 4. $\int \frac{x + 3}{x - 3} dx$ | 7. $\int \left(2x - 5 + \frac{1}{x + 3} \right) dx$ |
| 2. $\int \frac{dx}{2x - 5}$ | 5. $\int \frac{3x - 2}{x + 2} dx$ | 8. $\int \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} dx$ |
| 3. $\int \left(2 + \frac{1}{x + 1} \right) dx$ | 6. $\int \frac{x^2}{x - 1} dx$ | 9. $\int \frac{4x^2 - 14x + 10}{2x - 3} dx$ |

Bài 6.8. Tính các nguyên hàm sau:

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $\int \frac{dx}{(x + 1)^2}$ | 3. $\int \frac{dx}{(x + 1)x}$ | 5. $\int \frac{dx}{x^2 - 5x + 4}$ |
| 2. $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 4}$ | 4. $\int \frac{dx}{(x - 2)(x + 1)}$ | 6. $\int \frac{dx}{x^2 + x - 12}$ |

Bài 6.9. Tính các nguyên hàm sau:

- | | | |
|---------------------------------|---|---|
| 1. $\int x(1+x)^{10} dx$ | 13. $\int e^{\cos x} \sin x dx$ | 26. $\int \frac{\cot x}{\sin^2 x} dx$ |
| 2. $\int x(x^2-5)^4 dx$ | 14. $\int \sin x(1+\cos x)^2 dx$ | 27. $\int \frac{\ln x}{x} dx$ |
| 3. $\int (x^4+2)^5 x^3 dx$ | 15. $\int x\sqrt{x^2+1} dx$ | 28. $\int \frac{dx}{x \ln x}$ |
| 4. $\int (x^2+x+1)^4(2x+1) dx$ | 16. $\int x^5\sqrt{1-x^3} dx$ | 29. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ |
| 5. $\int x \sin x^2 dx$ | 17. $\int x\sqrt[3]{1+x^2} dx$ | 30. $\int \frac{1}{\frac{e^x}{x^2}} dx$ |
| 6. $\int \sin^2 x \cos x dx$ | 18. $\int \sqrt{1+4\cos x} \cdot \sin x dx$ | 31. $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$ |
| 7. $\int \cos^3 x \sin x dx$ | 19. $\int (2x-3)\sqrt[3]{x^2-3x} dx$ | 32. $\int \frac{e^{\cot x}}{\sin^2 x} dx$ |
| 8. $\int \cos^3 x dx$ | 20. $\int \frac{2x-1}{x^2-x+3} dx$ | 33. $\int \frac{1+\ln^2 x}{x} dx$ |
| 9. $\int \sin^3 x dx$ | 21. $\int \frac{4x+2}{x^2+x+1} dx$ | 34. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+2\cos x}} dx$ |
| 10. $\int x e^{1+x^2} dx$ | 22. $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$ | 35. $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$ |
| 11. $\int (2x+1)e^{x^2+x} dx$ | 23. $\int \frac{\cos x}{\sin^4 x} dx$ | 36. $\int \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} dx$ |
| 12. $\int e^{\sin x} \cos x dx$ | 24. $\int \frac{\cos x}{1+\sin x} dx$ | |
| | 25. $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$ | |

Bài 6.10. Tính các nguyên hàm sau:

- | | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| 1. $\int \frac{x^2+x+1}{(x-1)^3} dx$ | 3. $\int \frac{x^7}{(1+x^4)^2} dx$ | 5. $\int \frac{dx}{x(x^4+1)}$ |
| 2. $\int \frac{x^3}{x^2+2x+1} dx$ | 4. $\int \frac{x}{x^4+6x^2+5} dx$ | 6. $\int \frac{dx}{x(1+x^5)}$ |

Bài 6.11. Tính các nguyên hàm sau:

- | | | |
|------------------------------|--|--|
| 1. $\int \frac{dx}{\sin x}$ | 3. $\int \frac{dx}{\cos^4 x}$ | 5. $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx$ |
| 2. $\int \frac{dx}{\cos 3x}$ | 4. $\int \frac{\cos^4 x}{\sin^6 x} dx$ | 6. $\int \frac{2\cos 2x}{\cos x + \cos 3x} dx$ |

Bài 6.12. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{dx}{e^x + 1} & 3. \int \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 8}} dx & 5. \int \frac{dx}{e^x - 4e^{-x}} \\
2. \int \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} dx & 4. \int \frac{e^x}{e^{2x} - 1} dx & 6. \int \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x} + 2} dx
\end{array}$$

Bài 6.13. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{ll}
1. \int (1 + \sin^2 x)^3 \sin 2x dx & 3. \int \cos 2x (\sin^4 x + \cos^4 x) dx \\
2. \int \sqrt[6]{1 - \cos^3 x} \sin x \cos^5 x dx & 4. \int \frac{\sin 2x}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx
\end{array}$$

Bài 6.14. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx & 3. \int \frac{dx}{x(1 + 3 \ln x)^2} & 5. \int \frac{\ln x \sqrt{1 + 8 \ln^2 x}}{x} dx \\
2. \int \frac{\sqrt{2 + \ln x}}{2x} dx & 4. \int \frac{\ln x}{x \sqrt{1 + \ln x}} dx & 6. \int \frac{dx}{x \ln x \ln(\ln x)}
\end{array}$$

Bài 6.15. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx & 2. \int \frac{dx}{x \cos^2(1 + \ln x)} & 3. \int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{1 + \tan x}}
\end{array}$$

Bài 6.16. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3}} dx & 3. \int \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^4 + 1}} dx & 5. \int \frac{dx}{(1 - x)\sqrt{x}} \\
2. \int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx & 4. \int \frac{x}{\sqrt[10]{x + 1}} dx & 6. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2}
\end{array}$$

Bài 6.17. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{ll}
1. \int \frac{\ln x}{x(\sqrt{2 + \ln x} + \sqrt{2 - \ln x})} dx & 2. \int \frac{x^2 - 1}{x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 5x + 1} dx
\end{array}$$

Bài 6.18. Tính các nguyên hàm sau:

$$\begin{array}{ll}
1. \int (\tan x + \tan^3 x) dx & 3. \int \tan^3 x dx \\
2. \int \cot^4 x dx & 4. \int \tan^5 x dx
\end{array}$$

Bài 6.19. Tìm nguyên hàm bằng cách đặt $x = \alpha \tan t$, $\left(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}\right)$

$$1. \int \frac{dx}{x^2 + a^2} \qquad 3. \int \frac{dx}{x^2 + 4}$$

$$2. \int \frac{dx}{x^2 + 1} \qquad 4. \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

Bài 6.20. Tìm nguyên hàm bằng cách đặt $x = \alpha \sin t$, $\left(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}\right)$

$$1. \int \frac{dx}{a^2 - x^2} \qquad 2. \int \frac{dx}{4 - x^2} \qquad 3. \int \frac{dx}{9 - x^2}$$

Bài 6.21. Tính các nguyên hàm sau:

$$1. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}} \qquad 2. \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx \qquad 3. \int \frac{x^2 - 16}{x} dx$$

Bài 6.22. Tính các nguyên hàm sau:

$$1. \int_0^1 x e^x dx \qquad 4. \int_0^1 (x-2)e^{2x} dx \qquad 7. \int_1^2 (x-2) \ln x dx$$

$$2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx \qquad 5. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2 x} dx \qquad 8. \int_1^e \sqrt{x} \ln x dx$$

$$3. \int_0^{\frac{\pi}{6}} x \cos 3x dx \qquad 6. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1 + \cos 2x} dx \qquad 9. \int_1^2 x(1 + \sin x) dx$$

$$10. \int_0^1 (e^{-x} + x e^{-x}) dx$$

Bài 6.23. Tính các nguyên hàm sau:

$$1. \int_0^{\pi^2} \cos \sqrt{x} dx \qquad 2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x dx$$

Bài 6.24. Tính các nguyên hàm sau:

$$1. \int_1^e \left(2x - \frac{3}{x}\right) \ln x dx \qquad 2. \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(1+x)^2} dx \qquad 3. \int_1^3 \frac{1 + \ln(1+x)}{x^2} dx$$

Bài 6.25. Tính các nguyên hàm sau:

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + 1) \cos x dx \qquad 2. \int_0^1 (x^2 + x + 1)e^x dx \qquad 3. \int_1^3 x^2 \ln x dx$$

Bài 6.26. Tính các nguyên hàm sau:

1. $\int_2^{e^2} \ln x dx$

2. $\int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$

3. $\int_1^3 \ln^2 x dx$

4. $\int_1^2 x \ln^2 x dx$

Chương 7

Hình học giải tích không gian

7.1 Phương trình mặt phẳng

7.1.1 Lý thuyết

Định lý 7.1.1. Mặt phẳng (α) qua $A(x_0, y_0, z_0)$, vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A, B, C)$ có phương trình là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

hay

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

7.1.2 Bài tập

Bài 7.1. Viết phương trình mặt phẳng qua điểm và vectơ pháp tuyến đã cho

1. $B(0, -2, 3)$, $\vec{n} = (1, -2, 1)$
2. $C(1, 2, 0)$, $\vec{n} = (1, 0, 2)$
3. $D(1, 0, 1)$, $\vec{n} = (1, 1, 0)$

Bài 7.2. Viết phương trình mặt phẳng

1. Qua $E(1, 1, 1)$ và vuông góc với $\vec{a} = (1, -1, -1)$
2. Qua $F(1, -1, -1)$ và vuông góc với $\vec{b} = (-2, 1, 3)$

Bài 7.3. Tìm 1 điểm và vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng sau:

1. $(\alpha) : x - 2y + 3z - 1 = 0$
2. $(\beta) : -2x + 3y + z + 1 = 0$

$$3. (\gamma) : x + y + z - 5 = 0$$

7.2 Phương trình đường thẳng

7.2.1 Lý thuyết

Định lý 7.2.1. Đường thẳng (d) qua điểm $A(x_0, y_0, z_0)$ nhận vectơ $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

$$(d) : \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \\ z = z_0 + u_3 t \end{cases}$$

hoặc phương trình chính tắc là

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} = \frac{z - z_0}{u_3}.$$

7.2.2 Bài tập

Bài 7.4. Viết phương trình tham số và chính tắc của các đường thẳng sau:

1. qua $A(-1, 6, 2)$ và $\vec{u} = (1, -2, 3)$
2. qua $B(1, 0, -2)$ và $\vec{u} = (-2, 3, 1)$
3. qua $C(1, -1, 0)$ và $\vec{u} = (1, 2, 3)$
4. qua $D(1, -1, 0)$ và $\vec{u} = (2, -1, 2)$

Bài 7.5. Viết phương trình đường thẳng qua 1 điểm và vuông góc với mặt phẳng:

1. $A(1, -6, 2), (\alpha) : x - 2y + 3z - 1 = 0$
2. $B(1, 1, -2), (\beta) : -2x + 3y + z + 1 = 0$
3. $C(1, 1, 2), (\gamma) : x + y + z - 5 = 0$
4. $D(1, -2, 0), (P) : 2x + y - 2z - 2 = 0$

Bài 7.6. Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm:

1. $A(1, 2, -1), B(2, -3, 1)$
2. $M(4, -2, 0), N(0, -2, 1)$
3. $P(-1, 2, -1)$ và gốc tọa độ

4. $A(1, 2, 3), B(-1, -2, -3)$

5. $B(-1, 2, 3), C(-3, -9, 15)$

6. $M(-1, 0, -2)$ và gốc tọa độ

Bài 7.7. Tìm 1 điểm và vectơ chỉ phương của đường thẳng (d)

1. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{2}$

3. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{4}$

2. (d): $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$

4. (d): $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -4 + 9t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

Bài 7.8. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua 1 điểm và vuông góc với đường thẳng cho trước

1. $A(0, 2, -1); (d) : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{2}$

2. $B(1, -2, 4); (d) : \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$

3. $C(-1, 2, 3); (d) : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -4 + 9t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

7.3 Tương giao giữa đường thẳng và mặt phẳng

7.3.1 Lý thuyết

Cho đường thẳng (d) có phương trình

$$\begin{cases} x = x_0 + u_1t \\ y = y_0 + u_2t \\ z = z_0 + u_3t \end{cases} \quad (7.1)$$

và mặt phẳng (P) có phương trình

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (7.2)$$

Muốn tìm giao điểm ta làm như sau:

1. Thay phương trình (2) vào phương trình (1), giải tìm tham số t .
2. Thay t tìm được vào (2).

7.3.2 Bài tập

Bài 7.9. Tìm giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng

$$1. (d) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + t \end{cases}, \quad (\alpha) : 2x + y + 2z = 0.$$

$$2. (d) : \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}, \quad (\beta) : 3x + 5y - z - 2 = 0.$$

$$3. (d) : \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2t \end{cases}, \quad (\gamma) : x + 2y - z + 5 = 0.$$

$$4. (d) : \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}, \quad (Q) : x + 2y - z + 5 = 0.$$

$$5. (d) : \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}, \quad (P) : 2x + y - z - 5 = 0.$$

$$6. (d) : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}, \quad (T) : 2x + y + z - 8 = 0.$$

Bài 7.10. Trong hệ tọa độ Decac vuông gốc $Oxyz$ cho điểm $A(1, 2, 3)$ và mặt phẳng

$$(\alpha) : x - 2y + 3z + 1 = 0.$$

1. Viết phương trình đường thẳng (d) qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (α) .
2. Tìm giao điểm giữa đường thẳng (d) và mặt phẳng (α) .
3. Tìm điểm đối xứng với điểm qua mặt phẳng (α) .

Bài 7.11. Trong hệ tọa độ Decac vuông gốc $Oxyz$ cho điểm $M(2, -3, 1)$ và đường thẳng

$$(d) : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 6 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$

1. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua điểm M và vuông góc với đường thẳng (d) .
2. Tìm giao điểm giữa đường thẳng (d) và mặt phẳng (α) . Suy ra khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng (d) .

